

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

7 класс

1. Трое мужчин пришли к парикмахеру. Побрив первого, тот сказал: «Посмотри сколько денег в ящике стола, положи столько же и возьми 2 рубля сдачи». Тоже он сказал второму и третьему. Когда они ушли, оказалось, что в ящике денег нет. Сколько было денег в ящике первоначально, если всем удалось совершить задуманное?

2. В компании из 7 детей для каждого мальчика найдутся не менее трёх других мальчиков, которые родились в одном месяце. Докажите, что все 7 мальчиков родились в одном месяце.

3. Пловец, плывший по реке против течения, потерял под мостом флягу, но заметил это только через 3 минуты. Он сразу поплыл назад и догнал флягу в 150 м от моста. Какова скорость течения на этом участке реки?

4. За весну Обломов сбавил в весе 25%, за лето прибавил 20%, за осень опять сбавил 10%, а за зиму прибавил 20%. Похудел он или поправился за год?

5. Прямоугольник площадью 100 см^2 разделен на 9 меньших прямоугольников, как показано на рисунке. Чему равна площадь прямоугольника E, если площадь A равна 4 см^2 , площадь B равна 14 см^2 , площадь C равна 3 см^2 , а площадь D – 6 см^2 ?

		C
E	A	D
	B	

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

8 класс

1. Напишите в строчку первые 10 простых чисел. Как вычеркнуть 6 цифр, чтобы получилось наибольшее возможное число?

2. Дорога из пункта А в пункт Б идёт сначала в гору, а потом под гору. Кошка доходит из А в Б за 2 часа 12 минут, обратный путь занимает у неё на 6 минут больше. Скорость кошки, идущей в гору, 4 км/ч, а под гору — 5 км/ч. Сколько километров составляет путь от А до Б? (Приведите полное решение, а не только ответ.)

3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что 2 города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр - названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9? Ответ объясните.

4. Биржевые цены на нефть в течение недели менялись следующим образом: в понедельник цена нефти выросла на 2%, а во вторник она снизилась на 3%; в среду цена нефти снова выросла – на 4%, а в четверг снизилась на те же 4%; в пятницу она снова выросла – на этот раз на 3%, в субботу – снизилась на 2%; по воскресеньям же биржа не работает. Каков результат недельных колебаний цен: снизилась или повысилась цена нефти в конце недели по сравнению с первоначальной?

5 Все углы пятиугольника $ABCDE$ равны. Докажите, что серединные перпендикуляры к отрезкам AB и CD пересекаются на биссектрисе угла E .

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году
9 класс**

1. Не прибегая к приближенным вычислениям, сравнить числа

$$a = \sqrt{34} + 5, \quad c = \sqrt{54} + 3.$$

2. В декартовой плоскости задан треугольник с вершинами в точках:

$A(2023;2023)$, $B(2024;2025)$, $C(2025;2024)$. Найти площадь треугольника.

3. Катер плыл по течению реки 2 часа, после чего сломался мотор, который команда катера ремонтировала 1 час (а катер плыл по течению). После этого катер вернулся обратно за 3 часа. Сколько времени потребовалось бы катеру на возвращение, если бы ремонт мотора продолжался 2 часа?

4. Пусть p, q – два последовательных нечетных простых числа. Доказать, что $p + q$ есть произведение не менее трех натуральных чисел, больших единицы, но не обязательно различных.

5. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC . На стороне BC выбрана такая точка E , что угол BEA равен углу CED . Найдите отношение длин отрезков AE и DE .

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

10 класс

1. Выяснить, при каких условиях для параметров a, b, c, d параболы

$$y = x^2 + ax + b, y = x^2 + cx + d$$

не имеют общих точек.

2. Показать, что из всех n -угольников с данным числом сторон n , вписанных в данную окружность, наибольшую площадь имеет правильный n -угольник.

3. Не прибегая к приближенным вычислениям, сравнить числа

$$a = \sqrt{12} + 3, c = \sqrt{32} + 1.$$

4. В корзине 2021 белый шар, 2022 черных и 2023 красных. Какое наименьшее число шаров надо извлечь из корзины, чтобы среди них гарантированно оказались два шара одного цвета?

5. Решить в целых числах уравнение

$$2x^2 + 2x^2z^2 + z^2 + 7y^2 - 42y + 33 = 0.$$

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

11 класс

1. Выяснить, при каких условиях для параметров a, b, c, d параболы

$$y = x^2 + ax + b, y = x^2 + cx + d$$

имеют более одного пересечения.

2. Найдите количество корней уравнения: $2^{\lg(x^2-2023)} - \lg 2^{x^2-2022} = 0$.

3. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1.$$

4. В четырёхугольник ABCD можно вписать и вокруг него можно описать окружность. Диагонали этого четырёхугольника взаимно перпендикулярны. ABCD – квадрат?

5. Петя написал на доске два целых числа. Каждую минуту Вася записывал на доску новое число, равное сумме двух каких-то чисел на доске. Спустя пять минут на доске оказались числа 21, 15, 12, 9, 6, 3, -3. Выберите все числа, которые гарантированно были записаны Васей.